

# CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

Traducción de Lucía Contreras Caballero.

***Trátese de la maniobrabilidad de un avion, del mantenimiento de una estructura complicada o de la gestión del tráfico automovilístico, el progreso en estos campos no viene únicamente de las invenciones puramente técnicas. Nace también de invenciones abstractas, como la teoría matemática del control.***

Se comprende fácilmente el interés de saber controlar la reacción de un avion o de una humareda en las turbulencias del desplazamiento del aire, de determinar el camino a seguir en caso de incidencia en una central nuclear, de regentar la red de distribución de la electricidad en caso de averías, etc... En condiciones normales, el control apunta a optimizar algo, a mejorar actuaciones, a hacer economías de materiales o de dinero. Es el caso cuando se quiere mantener un satélite en su órbita adecuada utilizando el mínimo de carburante.

Interesémonos por el ejemplo de la gestion de averías en una red de distribución de electricidad. Un incidente como un cortocircuito o una pérdida de contacto (debida por ejemplo a la caída de un poste), un exceso de consumo de energía en un sitio dado, puede tener una cascada de consecuencias en la red. Ahora bien, no es posible, en general, realizar un

## CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

estudio exhaustivo de todos los incidentes posibles, ni calcular exactamente cada etapa de la propagación del efecto de tal incidente. El número de posibilidades a explorar es gigantesco, en todo caso, demasiado elevado, incluso para los ordenadores más potentes. Entonces, uno es movido a concebir un modelo matemático que describa de manera simplificada la red y su funcionamiento. Mediante pruebas y cálculos de longitud razonable tal modelización permite delimitar el comportamiento del sistema, por lo menos aproximadamente. Recíprocamente, ello puede ayudar a mejorar la concepción de las redes. Pero también se quisiera controlar una situación crítica, provocada por ejemplo por una sobrecarga localizada o repartida en una región entera. De otra manera, se quisiera saber cual es el encadenamiento de acciones que el puesto de mando debe realizar para minimizar las consecuencias de la avería. ¿Es posible tal conocimiento teórico? ¿Existen estrategias de control óptimas? Y luego, ¿qué algoritmos es preciso emplear para comprobarlos por una simulación numérica, en ordenador, antes de intentar la prueba en tamaño real.

Es importante proveer un riguroso cuadro de estudio de este problema de gestión de los recursos si no se quiere despilfarrar la energía, ni ser víctima de cortes de energía generalizados. Se tiene con este ejemplo un primer tipo complejo de problemas en el que los matemáticos/as –por medio de la lógica matemática, la teoría de números, la teoría de probabilidades, análisis y teoría de control—aportan su contribución. Por lo menos, pueden proveer algunas certezas a priori en cuanto a la existencia de una solución aceptable y a los medios de obtenerla—solución que será validada por la experiencia.

# CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

## *Impedir los puntos de derrumbe.*

La complejidad no está necesariamente unida a una red. Puede residir en la forma en que reacciona un objeto, como un puente. El sostenimiento de tal estructura depende de un número de parámetros, de su comportamiento vibratorio entre otros. Como todos sabemos las vibraciones de un puente pueden ser provocadas por el paso de camiones en fila o por el viento de una tempestad. A veces, este fenómeno se amplifica hasta provocar la ruptura de la estructura. Un puente, como toda estructura metálica, posee una serie de frecuencias características; si la perturbación exterior aporta energía a frecuencias que corresponden a las frecuencias propias de la vibración, se produce una resonancia y el puente acumula energía en sus modos propios de vibración. Entonces, estos se amplifican mientras dura la vibración exterior y mientras la estructura resista a las presiones mecánicas que de ello resultan.

Para controlar tales fenómenos, es preciso comprenderlos, saber preveerlos y colocar adecuadamente dispositivos técnicos capaces de contrarrestar las peligrosas resonancias. Se habla de control pasivo cuando se calcula donde instalar los amortizadores que absorben suficiente energía antes de que se acumule en los sitios críticos, se sitúa en lugares bien escogidos, dispositivos activos: "accionadores". Estos últimos actuarán entonces en función de la amplitud de los desplazamientos de los puntos críticos, de manera que se evite toda evolución peligrosa de la estructura. Es un análisis matemático del sistema

## CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

estudiado el que determina los emplazamientos adecuados de los "canalizadores" y "accionadores" y los procedimientos de control mejor adaptados.

Desgraciadamente, el cálculo exacto del comportamiento del sistema en ausencia de control, de su sensibilidad y de su aptitud de ser controlado es, muy a menudo, inaccesible. La razón es en general, o bien la complejidad matemática de los problemas puesto que son no lineales (imposibilidad de descomponerlos en suma de elementos simples y casi independientes desde el punto de vista matemático), o bien el tiempo de calculo en ordenador que sería demasiado largo.

Consiguientemente, el control es a menudo imperfecto. Puede ocurrir, por ejemplo, que se logre controlar modos de vibración sólo provisionalmente—la energía exterior se acumula primero en numerosos modos de vibración de amplitud débil, antes de combinarse y de resurgir en un número más pequeño de modos, pero con una amplitud grande. Mucho queda por hacer para comprender estos procesos y remediar sus efectos negativos.

### *MANTENERSE BIEN A PESAR DE LAS TURBULENCIAS.*

Tomemos un tercer ejemplo: los flujos de fluido a gran velocidad, como el flujo del aire alrededor de un avion, de un cohete despegando, o del agua alrededor de un barco rápido. En estas situaciones, estamos enfrentados a la turbulencia, es decir, a movimientos complejos e inestables de fluido, a una perpetua destrucción y reconstrucción de estructuras tan complicadas que parecen levantar un desorden total. Las turbulencias pueden trastocar considerablemente el

## CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

movimiento de un vehículo, aéreo o no. Se comprende que el control sea aquí mucho más difícil de obtener. Pero estos problemas tienen una gran importancia práctica. También los ingenieros han ensayado tanteando e inspirándose por ejemplo en el vuelo de las aves para concebir aviones, asegurar una cierta controlabilidad del flujo. En ello, han acertado parcialmente reforzando notablemente los bordes de fuga y de deterioro de las alas, situando canalizadores en sitios poco perturbados y accionadores—dispositivos—en los sitios sensibles, cerca de los bordes de fuga.

La teoría matemática del control ha permitido en un primer tiempo volver a encontrar resultados empíricos. Luego, ha permitido proponer estrategias de acciones, planes de concepción que refuerzan o disminuyen, según el caso, la sensibilidad a las acciones de un operador humano o de las perturbaciones exteriores. Se está ahora en el punto de identificación de los dispositivos elementales de control activo que actuarían a escala casi microscópica, la de una capa de fluido de algunas decenas de milímetro de espesor: por ejemplo, pequeños alerones o microorganismos que permiten deformar localmente el diseño del vehículo en los puntos críticos del flujo del fluido. Acordonando la acción con numerosos microdispositivos de este género, se obtendría, a escala macroscópica un flujo fluido que tiene las propiedades deseadas. En el dominio de control de la turbulencia de fluidos, investigaciones matemáticas unidas a pruebas físicas y técnicas, van a abrir así un mundo de realizaciones inimaginables hace unos años; un mundo en que, para obtener el mismo resultado, la energía o el tamaño de

## CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

los dispositivos necesarios será disminuido en más de un orden de generación.

*La teoría de control pone en juego diversos campos matemáticos, en particular ecuaciones diferenciales.*

Los problemas de control que se ha mencionado aquí pueden concernir limpiaparabrisas triviales así como el lanzador espacial más elaborado. La teoría de control, nacida en los años 40-50 en notable relación con las actividades aeroespaciales, saca sus métodos y sus conceptos de varias ramas de las matemáticas. Conciérne sobre todo a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (ecuaciones diferenciales en las que la función desconocida es una función de varias variables), un vasto campo de estudio ya antiguo pero siempre muy activo. En efecto, para la mayoría de los sistemas encontrados en el mundo real, su comportamiento puede ser modelizado con ayuda de tales ecuaciones. Un problema de control se traduce entonces en una o varias ecuaciones diferenciales o en derivadas parciales que contienen términos representando acciones de control, definidas por el hombre. Representando globalmente por  $C$  estos términos de control y por  $f$  la función que representa el comportamiento del sistema;  $f$  es la solución de ecuaciones diferenciales en las que interviene  $C$ , y por tanto depende de  $C$ . La finalidad de la teoría de control es entonces, grosso modo, el  $C$  adecuado para que  $f$ , el comportamiento del sistema sea aceptable. Para un matemático no se trata tanto de hacerlo con un caso particular, sino más bien de obtener resultados generales, válidos para numerosas clases de ecuaciones y por tanto aplicables a situaciones diferentes.

# CONTROLAR UN MUNDO COMPLEJO

Autor: PIERRE PERRIER

En Francia, la teoría de control figura en buena posición en el seno de la brillante escuela de matemáticas aplicadas que supo crear Jacques-Louis Lions (1928-2001). Pero por ella sola, una buena escuela matemática no basta. Es preciso igualmente que sus resultados sean conocidos y aplicados por todos los que podrían necesitarlos. De aquí el interés de estrechar los lazos entre la comunidad matemática y los mecánicos, los ingenieros, los químicos o los biólogos.

Pierre Perrier  
Academia de las ciencias y  
Academia de las tecnologías, Paris.

Algunas referencias.

J.R. Leigh, Control theory, A guided tour (Peter Peregrinus, Londres, 1992).

J. Zabczyk, Mathematical control theory: an introduction (Birkhäuser 1992).

J-L Lions. Controlabilité exacte, perturbations and stabilisation de systèmes distribués (Masson, 1988).